Mentorium 01 - Lösung

06.11.2017

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen bezüglich des im Rahmen der Haushaltstheorie kennengelernten Nutzenkonzepts sind falsch?

a) Es besteht immer eine positive Beziehung zwischen Einkommen und Nutzen.

   Folgt aus Nicht-Sättigung der Präferenzen.

b) Es ist möglich, anhand eines gegebenen Güterbündels zu bestimmen, welche von zwei Personen nach dessen Konsum glücklicher ist.

   Für zwei Personen mit identischen Präferenzen kann der Nutzen eines gegebenen Güterbündels unterschiedlich sein, wenn die Präferenten durch unterschiedliche Nutzenfunktionen repräsentiert werden.

c) Das Konzept von Nutzen und Nutzenfunktionen ist eine abstrakte Repräsentation für das individuelle Maß an Zufriedenheit und Präferenzen.

   Nutzenbiveaus über verschiedene Güterbündel ermöglichen Vergleiche der Zufriedenheit eines Konsumenten.

d) Vergleichende Studien zwischen unterschiedlichen Ländern deuten darauf hin, dass Bewohner in reicheren Ländern zufriedener sind als Bewohner in ärmeren Ländern.

$\Rightarrow$ Antwort ist b)

Aufgabe 2

Kaugummis kosten 10 Cent und Schokoriegel 50 Cent. Nehmen Sie an, dass Hannah, deren Präferenzen alle in der Vorlesung behandelten Annahmen erfüllen, jeden Tag fünf Schokoriegel und ein Kaugummis kauft. Mit diesem Konsumbündel beträgt ihre Grenzrate der Substitution von Kaugummis zu Schokoriegeln 3. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

Lösung

Im Optimum gilt bei einer inneren Lösung

$$\frac{p_K}{p_S} = GRS = \frac{GN_K}{GN_S} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{0.1}{0.5} = \frac{1}{5} < 3 = GRS$$

Kaugummi ist (relativ zu Schokoriegeln) zu günstig, das gewählte Konsumbündel ist somit nicht optimal. Man kauft mehr vom zu günstigen Produkt und zum Ausgleich der Zusatzkosten also weniger vom teuren Produkt.

Lösung Ende

$\Rightarrow$ Antwort ist b)

Aufgabe 3

Die Tatsache, dass Günther kein Geld für Reisen ausgibt, deutet auf was hin?

a) Er zieht keinen Nutzen vom Reisen.

Wenn Reisen keinen Nutzen stiftet, gibt man im Optimum kein Geld dafür aus ($GN = 0$).

b) Er befindet sich in einer Randlösung.

Günther könnte eine Präferenzlösung haben, die es für ihn optimal macht, kein Geld für Reisen auszugeben, gegeben den relativen Preisen.

c) Seine Grenzrate der Substitution gleicht nicht den relativen Preisen.

Wenn Reisen relativ gesehen zu teuer ist (so dass $GRS \neq$ rel. Preis), wird Günther sein komplettes Budget für andere Güter ausgeben.

$\Rightarrow$ Antwort ist d)

Aufgabe 4

Gegeben sei der folgende Warenkorb:

	Eisen	Kleidung
A	6	3
B	8	5
C	5	8

Solange die drei Grundannahmen über Präferenzen befriedigt sind, gilt hier:

a) A und B liegen auf einer Indifferenzkurve.

Widerspruch zur Nicht-Sättigung (*"mehr ist besser"*)

b) B und C liegen auf einer Indifferenzkurve.

Muss nicht gelten, da es von der Präferenzordnung abhängig ist.

c) A wird gegenüber C präferiert.

Siehe b)

d) B wird gegenüber A präferiert.

Folgt aus der Nicht-Sättigung. B bietet sowohl mehr Essen als auch mehr Kleidung als A.

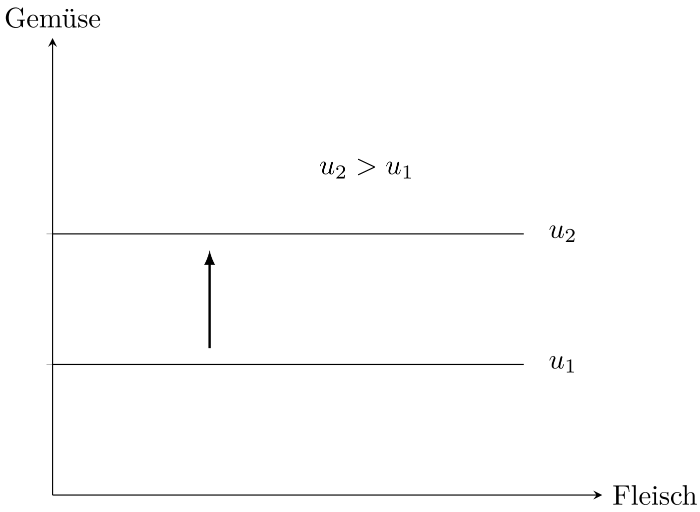
$\Rightarrow$ Antwort ist d); es gilt $B \succ A$

Aufgabe 5

Nehmen Sie an, es bestünde ausschließlich die Auswahl zwischen zwei Gütern, Fleisch und Gemüse. Diese sind in einem Koordinatensystem so abgetragen, dass Fleisch auf der Abszisse und Gemüse auf der Ordinate angeführt wird. Die Indifferenzkurve einer sich strikt vegetarisch ernährenden Person wäre in diesem Fall eine, bzw. ein: [...].

Lösung

Ein Vegetarier bezieht keinen Nutzen aus dem Konsum von Fleisch. Er kann nur durch einen höheren Gemüse-Konsum seinen Nutzen erhöhen:



Lösung Ende

$\Rightarrow$ Antwort ist e)

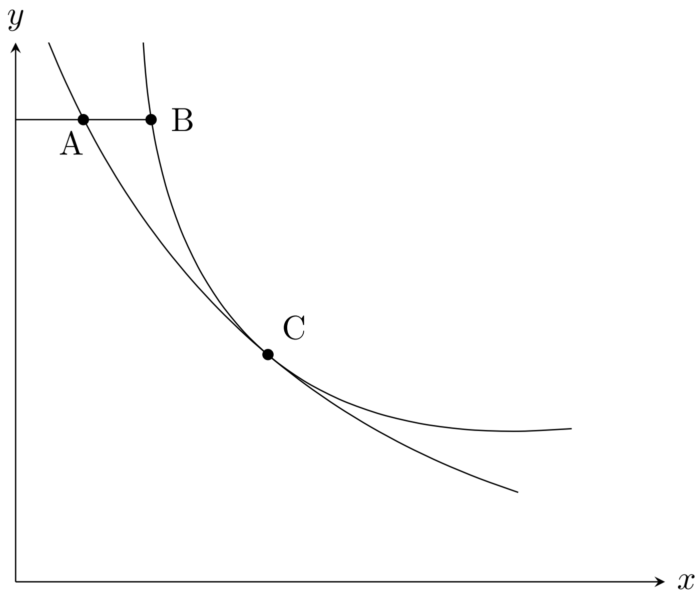
Aufgabe 6

Günther kann nicht einschätzen, welchen der beiden Kurse er bevorzugt.

$\Rightarrow$ Antwort ist b) (*Unvollständigkeit*) * Vgl. Skript S. 32 - Axiome der Konsumtheorie

Aufgabe 7

In der Haushaltstheorie implizieren bestimmte Axiome der Präferenzen, dass Indifferenzkurven sich nicht schneiden können. Welche Axiome implizieren dies? Erklären Sie dieses Phänomen (auch grafisch!).



Aus Nicht-Sättigung und Definition der Indifferenzkurve folgt

$$A \prec B; B = C \quad \Rightarrow \quad A \prec C \quad \Rightarrow \quad \text{Widerspruch}$$

Da A und C auf derselben Indifferenzkurve liegen, kann $A \prec C$ nicht gelten.

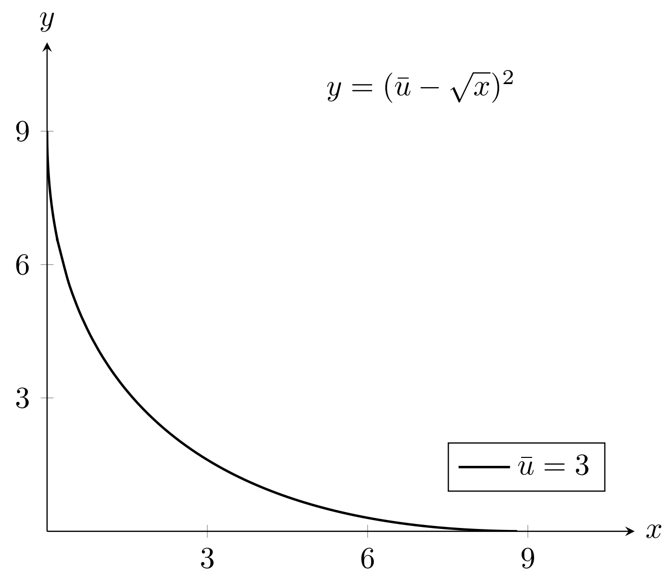
Aufgabe 8

Peter hat die folgende Nutzenfunktion

$$u(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

wobei x der Konsum von Keksen mit Preis $p_x = 1$ Euro und y der Konsum von Baguettes mit Preis $p_y = 3$ Euro ist.

a)



b) Peters Maximierungsproblem:

$$\max_{x,y} \quad \sqrt{x} + \sqrt{y}$$
$$\text{u. d. N} \quad E = p_x \cdot x + p_y \cdot y$$

Lagrage-Ansatz:

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = \sqrt{x} + \sqrt{y} \; + \; \lambda \cdot [E - p_x \cdot x - p_y \cdot y]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= \frac{1}{2\sqrt{x}} - \lambda p_x & \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= \frac{1}{2\sqrt{y}} - \lambda p_y & \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= E - p_x \cdot x - p_y \cdot y & \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

Durch Dividieren der ersten mit der zweiten Gleichung erhält man

$$\frac{\lambda p_x}{\lambda p_y} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$$

und somit

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{y} \cdot p_y}{p_x} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{p_y^2 \cdot y}{p_x^2}$$
$$\sqrt{y} = \frac{\sqrt{x} \cdot p_x}{p_y} \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{p_x^2 \cdot x}{p_y^2}$$

Mit Einsetzen in die Nebenbedingung und der Preise folgt für die optimalen Nachfragefunktionen

$$y^* = \frac{p_x \cdot E}{p_y^2 + p_x \cdot p_y} \quad = \quad y(1,3,E) = \frac{E}{12}$$
$$x^* = \frac{p_y \cdot E}{p_x^2 + p_y \cdot p_x} \quad = \quad x(1,3,E) = \frac{3E}{4}$$

c)

$$\left.\begin{aligned} y^*(E=100) &= \tfrac{100}{12} = \tfrac{25}{3} \\ x^*(E=100) &= \tfrac{300}{4} = 75 \end{aligned}\right\} u(75, 8.\bar{3}) \approx 11.547$$

d) **Exkurs**

Der Grenznutzen des Einkommens ist der Lagrage-Multiplikator λ:

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = u(x,y) \ - \ \lambda \cdot [p_x \cdot x + p_y \cdot y - E]$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E} = \lambda$$

Wenn man nun ausgehend von der Lagrage-Funktion partiell nach x bzw. y differenziert, folgt für λ

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x,y,\lambda)}{\partial x} = \frac{\partial u(x,y)}{\partial x} - \lambda p_x \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{GN_x}{p_x} = \frac{GN_y}{p_y}$$

Exkurs Ende

Für $u(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ist

$$\lambda = \frac{1}{2\sqrt{x^*} \cdot p_x} = \frac{1}{2\sqrt{75} \cdot 1} \approx 0.0577$$

e)

$$\left.\begin{aligned} y^*(E=101) &= \tfrac{101}{12} \approx 8.4166 \\ x^*(E=101) &= \tfrac{303}{4} = 75.75 \end{aligned}\right\} u(75.75, 8.4166) \approx 11.6046$$

Randnotiz: Die Differenz des Nutzens der marginalen Einkommensänderung entspricht dem Grenznutzen des Einkommens.